МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Одобрено на заседании
Ученого совета ИАТЭ НИЯУ МИФИ
Протокол от 24.04.2023 № 23.4

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

название дисциплины

для студентов направления подготовки

14.03.02 Ядерные физика и технологии

Шифр, название специальности/направления подготовки

профиль:
Инновационные ядерные технологии

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2023 г.

Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – является обязательным приложением к рабочей программе дисциплины «Линейная алгебра» и обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.

Цели и задачи фонда оценочных средств

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «Линейная алгебра» решаются следующие задачи:

– контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков, предусмотренных в рамках данной дисциплины;

– контроль и оценка степени освоения компетенций, предусмотренных в рамках данной дисциплины;

– обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данной дисциплины.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. В результате освоения ОП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Код компетенций	Наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
УКЕ-1	Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах	З-УКЕ-1 Знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-УКЕ-1 Уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи В-УКЕ-1 Владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами
ОПК -1	Способен использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	З-ОПК-1 Знать: базовые законы естественнонаучных дисциплин; основные математические законы; основные физические явления, процессы, законы и границы их применимости; сущность основных химических законов и явлений; методы математического моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-ОПК-1 Уметь: выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-

		математический аппарат В-ОПК-1 Владеть: математическим аппаратом для разработки моделей процессов и явлений, решения практических задач профессиональной деятельности; навыками использования основных общефизических законов и принципов

1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения ОП бакалавриата

Компоненты компетенций, как правило, формируются при изучении нескольких дисциплин, а также в немалой степени в процессе прохождения практик, НИР и во время самостоятельной работы обучающегося. Выполнение и защита ВКР являются видом учебной деятельности, который завершает процесс формирования компетенций.

Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины:

- **начальный** этап – на этом этапе формируются знаниевые и инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу;
- **основной** этап – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя коррекцию в ходе работы, переносит знания и умения на новые условия;
- **завершающий** этап – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях.

Этапы формирования компетенций в ходе освоения дисциплины отражаются в тематическом плане (см. РПД).

***1.3.* Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения**

№ п/п	**Контролируемые разделы (темы) дисциплины**	**Код контролируемой компетенции / Индикатор достижения компетенции**	**Наименование оценочного средства текущей и промежуточной аттестации**
Текущая аттестация, 2 семестр			
1.	**Матрицы, определители, системы уравнений**	З-УКЕ-1; У-УКЕ-1; В-УКЕ-1 З-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1	КР № 1, ИДЗ «Линейная алгебра».
2.	Линейные пространства и подпространства, базис, координаты, линейные операторы	З-УКЕ-1; У-УКЕ-1; В-УКЕ-1 З-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1	КР № 1, КР № 2, ИДЗ «Линейная алгебра».
3.	Евклидовы пространства, квадратичные формы	З-УКЕ-1; У-УКЕ-1; В-УКЕ-1 З-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1	КР № 2 ИДЗ «Линейная алгебра».
Промежуточная аттестация, 2 семестр			
	экзамен	З-УКЕ-1; У-УКЕ-1; В-УКЕ-1 З-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1	**Экзаменационный билет**

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям, которые приведены в п.1.1. Формирование этих дескрипторов происходит в процессе изучения дисциплины по этапам в рамках различного вида учебных занятий и самостоятельной работы.

Выделяются три уровня сформированности компетенций на каждом этапе: пороговый, продвинутый и высокий.

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня	БРС, % освоения	ECTS/Пятибалльная шкала для оценки экзамена/зачета
Высокий *Все виды компетенций сформированы на высоком уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины*	Творческая деятельность	*Включает нижестоящий уровень.* Студент демонстрирует свободное обладание компетенциями, способен применить их в нестандартных ситуациях: показывает умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий	90-100	A/ Отлично/ Зачтено
Продвинутый *Все виды компетенций сформированы на продвинутом уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины*	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, большей долей самостоятельности и инициативы	*Включает нижестоящий уровень.* Студент может доказать владение компетенциями: демонстрирует способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.	85-89	B/ Очень хорошо/ Зачтено
			70-84	C/ Хорошо/ Зачтено
Пороговый *Все виды компетенций сформированы на пороговом уровне*	Репродуктивная деятельность	Студент демонстрирует владение компетенциями в стандартных ситуациях: излагает в пределах задач курса теоретически и практически контролируемый материал.	65-69	D/Удовлетворительно/ Зачтено
			60-64	E/Посредственно /Зачтено
Ниже порогового	Отсутствие признаков порогового уровня: компетенции не сформированы. Студент не в состоянии продемонстрировать обладание компетенциями в стандартных ситуациях.		0-59	Неудовлетворительно/ Незачтено

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания компетенций на каждом этапе изучения дисциплины для каждого вида оценочного средства и приводятся в п. 4 ФОС. Итоговый уровень сформированности компетенции при изучении дисциплины определяется по таблице. При этом следует понимать, что граница между уровнями для конкретных результатов освоения образовательной программы может смещаться.

Уровень сформированности компетенции	**Текущий контроль**	**Промежуточная аттестация**
высокий	**высокий**	**высокий**
	продвинутый	*высокий*
	высокий	*продвинутый*
продвинутый	*пороговый*	*высокий*
	высокий	*пороговый*
	продвинутый	**продвинутый**
	продвинутый	*пороговый*
	пороговый	*продвинутый*
пороговый	**пороговый**	**пороговый**
ниже порогового	**пороговый**	**ниже порогового**
	ниже порогового	**-**

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

- Итоговая аттестация по дисциплине является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков обучающихся по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестации.
- Текущая аттестация в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающихся.
- Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.
- Текущая аттестация осуществляется два раза в семестр:
  - контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 8 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 1 по 8 неделю учебного семестра.
  - контрольная точка № 2 (КТ № 2) – выставляется в электронную ведомость не позднее 16 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 9 по 16 неделю учебного семестра.
- Результаты текущей и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Этап рейтинговой системы / Оценочное средство	**Неделя**	**Балл**	
		Минимум*	Максимум**
Текущая аттестация	**1-16**	**36 - 60% от максимума**	**60**
Контрольная точка № 1	**8**	**18 (60% от 30)**	**30**
Рейтинговая контрольная работа № 1	8	18	30

Контрольная точка № 2	**15-16**	**18 (60% от 30)**	**30**
Рейтинговая контрольная работа № 2	15	18	30
Индивидуальное домашнее задание	16	зачтено	зачтено
Промежуточная аттестация	**-**	**24 – (60% 40)**	**40**
Экзамен	-		
Экзаменационный билет	-	24	40
ИТОГО по дисциплине		**60**	**100**

* - Минимальное количество баллов за оценочное средство – это количество баллов, набранное обучающимся, при котором оценочное средство засчитывается, в противном случае обучающийся должен ликвидировать появившуюся академическую задолженность по текущей или промежуточной аттестации. Минимальное количество баллов за текущую аттестацию, в т.ч. отдельное оценочное средство в ее составе, и промежуточную аттестацию составляет 60% от соответствующих максимальных баллов.

4.Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков

Форма экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Направление подготовки	**14.03.02 «Ядерные физика и технологии»**
Образовательная программа	**«Инновационные ядерные технологии»**
Дисциплина	**Линейная алгебра**

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №__

1. Вопрос для проверки уровня обученности ЗНАТЬ
   Матрицы, действия с матрицами (сложение матриц, умножение на число, умножение матриц, транспонирование). Определители квадратных матриц порядка n.

2. Вопрос для проверки уровня обученности ЗНАТЬ
   Ядро и образ линейного оператора. Теорема о размерности ядра и образа линейного оператора.

3. Вопрос для проверки уровня обученности УМЕТЬ
   Исследовать кривую второго порядка и построить ее.
   $$-x^2 - y^2 + 4xy + 2x - 4y + 1 = 0.$$

4. Вопрос (задача/задание) для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ
   Найти собственные значения и собственные векторы оператора $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

………………………………………………………………………………

Составитель ________________ Н.Э. Клиншпонт
(подпись)

Заведующий кафедрой/
начальник отделения ________________ Д.С. Самохин
(подпись)

«____»_________________20 г.

Критерии и шкала оценивания

Оценка	**Критерии оценки**
Отлично 36-40	Студент должен: - продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; - исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; - правильно формулировать определения; - продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; - уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
Хорошо 30-35	Студент должен: - продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; - продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; - продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; - уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
Удовлетворительно 24-29	Студент должен: - продемонстрировать общее знание изучаемого материала; - показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; - уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.
Неудовлетворительно 23 и меньше	Студент демонстрирует: - незнание значительной части программного материала; - не владение понятийным аппаратом дисциплины; - существенные ошибки при изложении учебного материала; - неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - неумение делать выводы по излагаемому материалу.

Шкала оценивания за каждый элемент экзаменационного билета: каждый вопрос оценивается в 10 баллов.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Направление подготовки	**14.03.02 «Ядерные физика и технологии»**
Образовательная программа	**«Инновационные ядерные технологии»**
Дисциплина	**Линейная алгебра**

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Матрицы, действия с матрицами (сложение матриц, умножение на число, умножение матриц, транспонирование).
2. Определители квадратных матриц порядка n. Определение по индукции через разложение по первой строке.
3. Минор, алгебраическое дополнение. Теорема о разложении определителя по элементам ряда (без доказательства).
4. Перестановки, инверсии, четность, нечетность перестановки. Определение определителя матрицы размера n через перестановки и инверсии.
5. Свойства определителей. Перестановка строк, транспонирование, линейное свойство. Следствия из свойств. Определители треугольной матрицы, блочной матрицы.
6. Следствие из теоремы о разложении определителя (фальшивое разложение).
7. Обратная матрица. Теорема об обратной матрице.
8. Правило Крамера решения системы линейных алгебраических уравнений (теорема).
9. Ранг матрицы. Базисный минор. Сохранение ранга при элементарных преобразованиях. Линейная зависимость и независимость строк матрицы. Теорема о базисном миноре (без доказательства). Второе определение ранга матрицы (ранг – максимальное количество линейно независимых строк (столбцов) в матрице).
10. Классификация систем линейных алгебраических уравнений – совместные, несовместные, определенные, неопределенные. Теорема Кронекера – Капелли. Исследование и решение неоднородных и однородных систем. Метод Гаусса.
11. Ф.С.Р. однородной системы. Структура общего решения неоднородных систем.
12. Линейные пространства. Примеры. Линейная зависимость и независимость векторов линейного пространства.
13. Базис. Размерность. Изоморфизм пространств. Теорема об изоморфности пространств одинаковой размерности над одним числовым полем (без доказательства).
14. Координаты вектора в данном базисе. Действия с координатами. Преобразование координат при переходе к новому базису.
15. Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка векторов. Размерность подпространства. Теорема о размерности линейной оболочки.
16. Пересечение и сумма подпространств. Теорема о размерности суммы и пересечения двух подпространств.

17. Линейные операторы в линейном пространстве. Матрица оператора. Примеры операторов и матриц. Теорема о матричной записи линейного оператора (без доказательства).
18. Действия с операторами (сумма, произведение на число, суперпозиция). Обратный оператор.
19. Ядро и образ линейного оператора. Теорема о размерности ядра и образа линейного оператора.
20. Преобразование матрицы оператора при переходе к новому базису.
21. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Линейная независимость собственных векторов, соответствующих разным собственным значениям. Характеристический многочлен, его инвариантность.
22. Достаточное условие приводимости матрицы оператора к диагональному виду (две теоремы, одна без доказательства).
23. Евклидовы пространства. Определение. Примеры. Неравенство Коши-Буняковского. Норма элемента. Неравенство треугольника. Угол между элементами.
24. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Ортонормированный базис.
25. Матрица Грама её применение к вычислению объема n-мерного параллелепипеда (без доказательства).
26. Ортогональное дополнение. Разложение евклидова пространства L в прямую сумму любого его подпространства $L_1 \subset L$ и ортогонального дополнения к L_1 (без доказательства). Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора относительно подпространства. Угол между вектором и подпространством.
27. Сопряженный оператор. Матрица сопряженного оператора в ортонормированном базисе (без доказательства).
28. Самосопряженный оператор. Основные свойства: вещественность собственных значений, ортогональность собственных векторов, соответствующих разным собственным значениям, существование ортонормированного базиса из собственных векторов (последнее без доказательства).
29. Ортогональный оператор. Сохранение длин и углов, геометрический смысл. Ортогональная матрица и её свойства. Ортогональный оператор в 2-мерном случае и теорема об общем виде ортогонального оператора (без доказательства).
30. Квадратичные формы. Изменение матрицы формы при замене базиса.
31. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.
32. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм (без доказательства).
33. Теорема о приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования.
34. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра (без доказательства).

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Направление подготовки	**14.03.02 «Ядерные физика и технологии»**
Образовательная программа	**«Инновационные ядерные технологии»**
Дисциплина	**Линейная алгебра**

Комплект заданий для контрольной работы 1

Вариант 1

1. Является ли линейным пространством множество всех последовательностей $\{a_n\}$, сходящихся к данному числу a? Объяснить ответ.
2. Найти координаты вектора $x=(3{,}2{,}1)$ в базисе e_1', e_2', e_3', если он задан в базисе e_1, e_2, e_3 и $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = e_1 - e_2$, $e_3' = -e_1 + e_2 + e_3$.
3. Найти определитель матрицы $\begin{vmatrix} 7 & 6 & 3 & 7 \\ 0 & 5 & 7 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & 0 \\ 5 & 6 & 5 & 4 \end{vmatrix}$
4. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы
$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$
5. Найти размерность и базис суммы и пересечения линейных подпространств, построенных на системах векторов $a_1 = (1{,}2{,}1)$, $a_2 = (1{,}1{,}-1)$, $a_3 = (1{,}3{,}3)$ и $b_1 = (2{,}3{,}-1)$, $b_2 = (1{,}2{,}2)$, $b_3 = (1{,}1{,}-3)$.

Вариант 2

1. Найти базис и размерность пространства симметричных матриц размера 2×2 с обычными операциями сложения и умножения на число.
2. Найти координаты вектора $x=(1{,}2{,}3)$ в базисе e_1', e_2', e_3', если он задан в базисе e_1, e_2, e_3 и $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = e_1 - 2e_2$, $e_3' = -e_1 + e_2 + e_3$.

3. Найти определитель $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 6 & 5 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

4. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

5. Найти размерность и базис суммы и пересечения линейных подпространств, построенных на системах векторов $a_1 = (1,1,0,0)$, $a_2 = (0,1,1,0)$, $a_3 = (0,0,1,1)$ и $b_1 = (1,1,1,1)$, $b_2 = (0,2,1,1)$, $b_3 = (1,2,1,2)$.

Вариант 3

1. Найти базис и размерность пространства симметричных матриц размера 3×3 с обычными операциями сложения и умножения на число.
2. Найти координаты вектора $x = (1,1,1)$ в базисе e_1', e_2', e_3', если он задан в базисе e_1, e_2, e_3 и $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = e_1 - e_2$, $e_3' = -e_1 + e_2 + e_3$.
3. Найти определитель $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 5 & 0 \end{vmatrix}$
4. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

5. Найти размерность и базис суммы и пересечения линейных подпространств, построенных на системах векторов $a_1 = (1,0,1)$, $a_2 = (1,1,1)$, $a_3 = (0,3,0)$ и $b_1 = (2,0,0)$, $b_2 = (1,2,2)$, $b_3 = (1,1,1)$.

Вариант 4

1. Является ли линейным подпространством множество всех векторов n-мерного векторного пространства, координаты которых – целые числа. Объяснить ответ.
2. Найти координаты вектора $x = (0,1,1)$ в базисе e_1', e_2', e_3', если он задан в базисе e_1, e_2, e_3 и $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = e_1 - e_2$, $e_3' = -e_1 - e_2 + e_3$.
3. Найти определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 5 & 4 \end{vmatrix}$
4. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

5. Найти размерность и базис суммы и пересечения линейных подпространств, построенных на системах векторов $a_1=(1,2,1,-2)$, $a_2=(2,3,1,0)$, $a_3=(1,2,2,-3)$ и $b_1=(1,1,1,1)$, $b_2=(1,0,1,-1)$, $b_3=(1,3,0,-4)$

Вариант 5

1. Является ли подпространством совокупность всех векторов трехмерного пространства, начало которых совпадает с началом координат, а концы лежат на некоторой прямой? Объяснить ответ.
2. Найти координаты вектора $x=(7,-5,2)$ в базисе $\left(e_1', \quad e_2', \quad e_3'\right)$, если он задан в базисе e_1,e_2,e_3 и $e_1'=e_1-e_2+e_3$, $e_2'=-e_1+e_2-2e_3$, $e_3'=-e_1+2e_2+e_3$.
3. Найти определитель $\begin{vmatrix} 1 & 6 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 7 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & 0 \\ 5 & 6 & 5 & 4 \end{vmatrix}$
4. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} 2x_1-2x_2+3x_3-x_4=1 \\ x_1+x_2+x_3=2 \\ 3x_1-x_2+4x_3-x_4=3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1-2x_2+3x_3-x_4=0 \\ x_1+x_2+x_3=0 \\ 3x_1-x_2+4x_3-x_4=0 \end{cases}$$

5. Найти размерность и базис суммы и пересечения линейных подпространств, построенных на системах векторов $a_1=(1,0,1)$, $a_2=(1,1,1)$, $a_3=(2,1,2)$ и $b_1=(2,0,0)$, $b_2=(0,2,2)$, $b_3=(2,0,2)$ **.**

Вариант 6

1. Доказать, что множество всех n-мерных векторов, координаты которых удовлетворяют уравнению $x_1+x_2+...+x_n=0$, является подпространством в R^n, найти его размерность и какой-нибудь базис.
2. Найти координаты вектора $x=(3,2,1)$ в базисе e_1',e_2',e_3', если он задан в базисе e_1,e_2,e_3 и $e_1'=2e_1+e_2$, $e_2'=e_1-e_2$, $e_3'=-e_1+e_2+e_3$.
3. Найти определитель $\begin{vmatrix} 7 & 6 & 3 & 7 \\ 1 & 5 & 7 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & 0 \\ 0 & 6 & 5 & 0 \end{vmatrix}$
4. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} 2x_1-2x_2+3x_3-x_4=1 \\ x_1+x_2+x_3=2 \\ 3x_1-x_2+4x_3-x_4=3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1-2x_2+3x_3-x_4=0 \\ x_1+x_2+x_3=0 \\ 3x_1-x_2+4x_3-x_4=0 \end{cases}$$

5. Исследовать на линейную зависимость систему векторов $\sin x, \cos x, \cos 2x$ на $(-\pi/2, \pi/2)$.

Вариант 7

1. Является ли линейным пространством множество всех последовательностей $\{a_n\}$, сходящихся к 0? Объяснить ответ.
2. Найти координаты вектора $x = (1,2,3)$ в базисе e_1', e_2', e_3', если он задан в базисе e_1, e_2, e_3 и $e_1' = e_1 + 2e_2$, $e_2' = e_1 - e_2$, $e_3' = -e_1 + e_2 + e_3$.
3. Найти определитель $\begin{vmatrix} 7 & 6 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \\ 5 & 6 & 5 & 4 \end{vmatrix}$
4. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы
$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$
5. Найти размерность и базис суммы и пересечения линейных подпространств, построенных на системах векторов $a_1 = (1,2,1)$, $a_2 = (1,1,-1)$, $a_3 = (1,3,3)$ и $b_1 = (2,3,-1)$, $b_2 = (1,2,2)$, $b_3 = (1,1,-3)$.

Вариант 8

1. Образует ли линейное пространство множество всех дифференцируемых функций $a = f(t)$, $b = g(t)$, в котором определены операции суммы $f(t) \cdot g(t)$ и произведения на число $\alpha \cdot f(t)$?
2. Найти координаты вектора $x = (0,1,1)$ в базисе e_1', e_2', e_3', если он задан в базисе e_1, e_2, e_3 и $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = 2e_1 - e_2$, $e_3' = -e_1 - e_2 + e_3$.
3. Найти определитель $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \\ 1 & 6 & 5 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \end{vmatrix}$
4. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$
5. Исследовать на линейную зависимость систему векторов $\sin x, \cos x, \sin 2x$ на $(-\pi/2, \pi/2)$.

Вариант 9

1. Найти базис и размерность пространства матриц размера 3×2 с обычными операциями сложения и умножения на число.
2. Найти координаты вектора $x = (-1,1,-1)$ в базисе e_1', e_2', e_3', если он задан в базисе e_1, e_2, e_3 и $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = e_1 - e_2$, $e_3' = -e_1 + e_2 + e_3$.

3. Найти определитель $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 5 & 0 \end{vmatrix}$

4. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$

5. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

Вариант 10

1. Образует ли линейное пространство всех положительных чисел, в котором сумма любых двух элементов a и b задается как $a \cdot b$; а произведение любого элемента a на любое число γ есть a^{γ}?

2. Найти координаты вектора $x = (7,-5,2)$ в базисе e_1', e_2', e_3', если он задан в базисе e_1, e_2, e_3 и $e_1' = e_1 + e_3$, $e_2' = e_1 + e_2$, $e_3' = e_1 + e_2 + e_3$.

3. Решить матричное уравнение $X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$

4. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

5. Исследовать на линейную зависимость систему векторов e^{x}, e^{-x}, e^{2x} на $(-\infty, +\infty)$.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 3 задачи (получено 18 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 30 баллами: каждое задание оценивается в 6.

Оценка	**Критерии оценки**
Отлично с 25 до30 баллов	Сумма баллов решенных задач
Хорошо с 19 до 24 баллов	Сумма баллов решенных задач
Удовлетворительно с 15 до 18 баллов	Сумма баллов решенных задач
Неудовлетворительно с 0 до 14 баллов	Сумма баллов решенных задач

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Направление подготовки	**14.03.02 «Ядерные физика и технологии»**
Образовательная программа	**«Инновационные ядерные технологии»**
Дисциплина	**Линейная алгебра**

Комплект заданий для контрольной работы 2

Вариант 1

1. Найти матрицу (в базисе $(\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k})$), образ и ядро оператора зеркального отражения относительно плоскости $x-y-z=0$.

2. Найти матрицу в базисе $\left(e_1', \quad e_2', \quad e_3'\right)$, где $e_1' = e_1 - e_2 + e_3$, $e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе $\left(e_1,\ e_2,\ e_3\right)$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

3. Найти собственные векторы и собственные значения $\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

Приводится ли матрица к диагональному виду? Если да, то найти диагональный вид и диагонализирующую матрицу.

4. Привести квадратичную форму к каноническому виду с помощью метода Лагранжа
$4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 - 4x_3^2$.

5. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.

$$3x^2 + 3y^2 + 2xy - 12x - 4y + 1 = 0.$$

Вариант 2

1. Найти матрицу (в базисе $(\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k})$), образ и ядро оператора симметрии относительно прямой $x = y = -z/2$.

2. Найти матрицу в базисе $\left(e_1', \quad e_2', \quad e_3'\right)$, где $e_1' = e_1 - e_2 + e_3$, $e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3$,

$e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе $\left(e_1,\ e_2,\ e_3\right)$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

3. Найти собственные векторы и собственные значения $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Приводится ли матрица к диагональному виду? Если да, то найти диагональный вид и диагонализирующую матрицу.

4. Привести форму к каноническому виду с помощью метода Лагранжа $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - x_3^2$.

5. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.

$$2x^2 + 2y^2 - 4xy - 8x + 8y + 1 = 0.$$

Вариант 3

1. Найти матрицу (в базисе $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$), образ и ядро оператора зеркального отражения относительно плоскости $2x + y - 2z = 0$.

2. Найти матрицу в базисе $\left(e_1', \quad e_2', \quad e_3'\right)$, где $e_1' = e_1 - e_2 + e_3$, $e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3$,

$e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе $\left(e_1,\ e_2,\ e_3\right)$ $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

3. Найти собственные векторы и собственные значения $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. Приводится ли матрица к диагональному виду? Если да, то найти диагональный вид и диагонализирующую матрицу.

4. Привести форму к каноническому виду с помощью метода Лагранжа

$x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 3x_2^2 - 6x_2x_3 - 4x_3^2$.

5. Исследовать кривую второго порядка и построить ее

$$x^2 + y^2 + 4xy + 4x + 2y - 5 = 0.$$

Вариант 4

1. Найти матрицу (в базисе $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$), образ и ядро оператора зеркального отражения относительно плоскости $x + y = 0$.

2. Найти матрицу в базисе $\left(e_1', \quad e_2', \quad e_3'\right)$, где $e_1' = e_1 - e_2 + e_3$, $e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3$,

$e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе $\left(e_1,\ e_2,\ e_3\right)$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Найти собственные векторы и собственные значения $\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$. Приводится ли матрица к диагональному виду? Если да, то найти диагональный вид и диагонализирующую матрицу.

4. Привести форму к каноническому виду с помощью метода Лагранжа

$x_1^2+4x_1x_2+2x_1x_3+3x_2^2+2x_2x_3-x_3^2.$

5. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.

$$5x^2+5y^2-2xy+10x-2y+1=0.$$

Вариант 5

1. Найти матрицу (в базисе $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$), образ и ядро оператора ортогональной проекции на прямую $x=y=z$.

2. Найти матрицу в базисе $(e_1', \quad e_2', \quad e_3')$, где $e_1'=e_1-e_2+e_3$, $e_2'=-e_1+e_2-2e_3$, $e_3'=-e_1+2e_2+e_3$, если она задана в базисе $(e_1,\ e_2,\ e_3)$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

3. Найти собственные векторы и собственные значения $\begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$.

Приводится ли матрица к диагональному виду? Если да, то найти диагональный вид и диагонализирующую матрицу.

4. Привести форму к каноническому виду с помощью метода Лагранжа

$$x_1^2+4x_1x_2-x_2^2-2x_2x_3+2x_3^2.$$

5. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.

$$2x^2+2y^2+4xy+8x+8y+1=0.$$

Вариант 6

1. Найти матрицу (в базисе $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$), образ и ядро оператора зеркального отражения относительно плоскости $x+2y-z=0$.

2. Найти матрицу в базисе $(e_1', \quad e_2', \quad e_3')$, где $e_1'=e_1-e_2+e_3$, $e_2'=-e_1+e_2-2e_3$, $e_3'=-e_1+2e_2+e_3$, если она задана в базисе $(e_1,\ e_2,\ e_3)$ $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

3. Найти собственные векторы и собственные значения $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$. Приводится ли матрица к диагональному виду? Если да, то найти диагональный вид и диагонализирующую матрицу.

4. Привести форму к каноническому виду с помощью метода Лагранжа.

$$x_1^2+4x_1x_2+4x_1x_3+3x_2^2+4x_2x_3-x_3^2.$$

5. Исследовать кривую второго порядка и построить ее

$$-x^2 - y^2 + 2xy + 2x - 2y + 1 = 0.$$

Вариант 7

1. Найти матрицу (в базисе $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$), образ и ядро оператора проектирования на плоскость $x + 2y - 2z = 0$.

2. Найти матрицу в базисе $(e_1', \ e_2', \ e_3')$, где $e_1' = e_1 - e_2 + e_3$, $e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе $(e_1, \ e_2, \ e_3)$ $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. .

3. Найти собственные векторы и собственные значения $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Приводится ли матрица к диагональному виду? Если да, то найти диагональный вид и диагонализирующую матрицу.

4. Привести форму к каноническому виду с помощью метода Лагранжа

$$x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 3x_2^2 - 6x_2x_3 - 4x_3^2.$$

5. Исследовать кривую второго порядка и построить ее

$$x^2 + y^2 + 4xy + 4x + 2y - 5 = 0.$$

Вариант 8

1. Найти матрицу (в базисе $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$), образ и ядро оператора проектирования на плоскость $2x - y + z = 0$.

2. Найти матрицу в базисе $(e_1', \ e_2', \ e_3')$, где $e_1' = e_1 - e_2 + e_3$, $e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе $(e_1, \ e_2, \ e_3)$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. .

3. Найти собственные векторы и собственные значения $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$. Приводится ли матрица к диагональному виду? Если да, то найти диагональный вид и диагонализирующую матрицу.

4. Привести квадратичную форму к каноническому виду с помощью метода Лагранжа $4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 - 4x_3^2.$

5. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.

$$5x^2 + 5y^2 - 2xy + 10x - 2y + 1 = 0.$$

Вариант 9

1. Найти матрицу (в базисе $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$), образ и ядро оператора проектирования на плоскость $2x - y + 3z = 0$.

2. Найти матрицу в базисе $\left(e_1', \quad e_2', \quad e_3'\right)$, где $e_1' = e_1 - e_2 + e_3$, $e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе $\left(e_1,\ e_2,\ e_3\right)$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Найти собственные векторы и собственные значения $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$. Приводится ли матрица к диагональному виду? Если да, то найти диагональный вид и диагонализирующую матрицу.

4. Привести форму к каноническому виду с помощью метода Лагранжа.

$$x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 + 4x_2x_3 - x_3^2.$$

5. Исследовать кривую второго порядка и построить ее

$$-x^2 - y^2 + 2xy + 2x - 2y + 1 = 0.$$

Вариант 10

1. Найти матрицу (в базисе $(\vec{i}\ , \vec{j}\ , \vec{k})$), образ и ядро оператора проектирования на плоскость $x + y + z = 0$.

2. Найти матрицу в базисе $\left(e_1', \quad e_2', \quad e_3'\right)$, где $e_1' = e_1 - e_2 + e_3$, $e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе $\left(e_1,\ e_2,\ e_3\right)$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$..

3. Найти собственные векторы и собственные значения $\begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & -1 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$. Приводится ли матрица к диагональному виду? Если да, то найти диагональный вид и диагонализирующую матрицу.

4. Привести форму к каноническому виду с помощью метода Лагранжа

$$x_1^2 + 4x_1x_2 - x_2^2 - 2x_2x_3 + 2x_3^2.$$

5. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.

$$2x^2 + 2y^2 + 4xy + 8x + 8y + 1 = 0.$$

б) критерии оценивания компетенций (результатов):
Контрольная работа считается выполненной, если правильно решены как минимум 3 задачи (получено 18 баллов и выше).

в) описание шкалы оценивания:
Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 30 баллами: каждое из заданий оценивается в 6 баллов.

Оценка	**Критерии оценки**
Отлично	Сумма баллов решенных задач

с 23 до 25 баллов	
Хорошо С 19 до 22 баллов	Сумма баллов решенных задач
Удовлетворительно с 15 до 18 баллов	Сумма баллов решенных задач
Неудовлетворительно с 0 до 14 баллов	Сумма баллов решенных задач